

**АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ВИБРАЦИОННЫХ СИСТЕМ С СУЩЕСТВЕННО
НЕЛИНЕЙНЫМИ УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ**

Розглянуті питання аналізу динаміки систем змінної структури на основі використання комбінованого алгоритму чисельного інтегрування.

**ANALYZE OF DYNAMIC OF VIBRATION SYSTEM WITH
ESSENTIALLY ILLINEAL ELASTIC LINKS**

Question of analyze of system dynamic of variable structure based on using of combined algorithm of numeric integration are eliminated.

Одним из направлений в области повышения эффективности вибрационных технологий в процессах добычи и переработки минерального сырья является использование комбинированных режимов динамического нагружения технологических сред, позволяющих за счет независимого регулирования энергетических и силовых параметров воздействия, оптимизировать широкий класс технологических процессов, добиваясь существенного повышения эффективности и снижения энергоемкости [1].

Однако в настоящее время отсутствуют унифицированные вибрационные приводы, обеспечивающие комбинированные режимы нагружения, разработка и создание которых является весьма актуальной проблемой.

Анализ работ в данной области показывает, что наиболее перспективным направлением в области разработки вибрационных систем с комбинированным режимом динамического нагружения является использование вибрационных приводов с существенно нелинейными упругими связями, обеспечивающих за счет переменной динамической структуры реализацию устойчивых околорезонансных режимов с возможностью независимой регулировки реализуемых динамических параметров. Разработке дебалансных вибрационных приводов с существенно нелинейными упругими связями уделялось значительное внимание [2-4], однако разработчиков, как правило, интересовали амплитудно-частотные характеристики, определяющие устойчивость реализуемых режимов. В настоящее время отсутствуют работы по оценке интегрированных энергетически-силовых параметров вибрационных приводов с существенно нелинейными упругими связями, на основании которых можно было бы обосновать рациональные параметры вибрационных приводов и разработать методы управления колебаниями нелинейных приводов переменной динамической структуры.

Вопросу анализа динамики нелинейных вибрационных систем посвящено большое количество работ [5-8], однако полученные в них аналитические решения очень громоздки, не имеют прямого физического смысла, что создает значительные трудности при конкретизации их для инженерных задач. В связи с этим целью данной работы является анализ динамики нелинейных систем с существенно нелинейными упругими связями, на основе использования специальных процедур численного интегрирования, позволяющих повысить точность

получаемых решений с возможностью оценки реализуемых энергетически-силовых параметров реализуемого нагружения.

Разработка методов расчета горных машин вибрационного и ударного действия связана с необходимостью анализа и идентификации динамических систем, существенная нелинейность которых обусловлена наличием односторонних неударяющих связей, порождающих переменную динамическую структуру, связанную с появлением и исчезновением контактов между упругими звеньями. Разработка машинных методов анализа и синтеза таких связей связана с необходимостью численного интегрирования кусочно-линейных систем дифференциальных уравнений, для чего обычно используют стандартные программы с автоматическим выбором шага. Недостатком этих программ являются значительные затраты машинного времени при поэтапном интегрировании указанных систем существенно как скачкообразным изменением структуры и параметров модели, так и сложностью выбора весовых коэффициентов погрешности, осуществляемого вне процедуры интегрирования. Таким образом, возникает необходимость в разработке специализированных экономичных алгоритмов, значительно сокращающих время и повышающих точность интегрирования динамических систем переменной динамической структуры.

Известно, что при заданной точности решения шаг интегрирования зависит, в случае осциллирующего решения, от частот и амплитуд основных гармоник. С другой стороны, очевидно, что при изменении вида системы спектр частот и амплитуды решения могут значительно меняться. Поэтому, для экономии времени и повышения точности, целесообразно использовать те численные методы, в которых предусматривается автоматическое регулирование шага интегрирования на основании оценки точности решения.

Динамические процессы, в большинстве практических случаев, описываются быстроосциллирующими функциями и поэтому заданная точность расчета может быть обеспечена при интегрировании с достаточной мелким шагом по времени и с большим числом шагов на заданном интервале. Это обстоятельство требует применения абсолютно устойчивых численных методов. На основании математического эксперимента было установлено, что одним из лучших численных методов интегрирования, отвечающим указанным требованиям, является метод Рунге-Кутты 4-го порядка. Этот метод представлен явно, изменение величины шага h в процессе интегрирования происходит легко и просто автоматизируется.

Однако, метод Рунге-Кутты нуждается в четырехкратном вычислении правых частей на каждом шаге интегрирования и, в случаях, когда функции f_i сложны для вычислений, этот факт становится недостатком, особенно для систем с порядком больше двух.

С другой стороны, способ не предоставляет простой возможности вычисления допущенной ошибки усечения, которая определяет величину избранного шага. Избавиться от данного недостатка можно использовав метод прогноз коррекции, который не имеет преимуществ метода Рунге-Кутты. Из различных вариантов методов прогноз-коррекции целесообразно использовать модифицированный метод Хемминга. Это устойчивый метод 4-го порядка и требует

только двух вычислений правых частей системы на каждом шаге интегрирования, что является существенным преимуществом по сравнению с методом Рунге-Кутты того же порядка. Другим преимуществом метода Хемминга является то, что на каждом шаге интегрирования определяется оценка локальной ошибки метода, а это позволяет изменить и выбрать величину шага без значительных затрат времени вычислений. В то же время метод Хемминга не является самостартующим, т.е. для определения значений искомой функции в последующей точке он нуждается в наличии искомых значений в четырех предшествующих точках. Поэтому возникает необходимость в начальном разгоне, который может быть осуществлен с помощью метода Рунге-Кутты. Разгон можно было бы выполнить и методом Рунге-Кутты второго порядка, что значительно повысило бы скорость решения, но вместе с тем, и снизило бы точность определения начальных значений Y_i ($i = 1, 2, 3, 4$) для метода прогноз-коррекции. Известно, что погрешности их определения могут возрасти при использовании метода Хемминга. Для этой цели пришлось бы прибегнуть к улучшению начальных значений интерполяционными формулами 4-го порядка что значительно увеличило бы время интегрирования.

В схеме метода Хемминга на этапах прогноза и коррекции определяются величины P_{n+1} и C_{n+1} , разность которых дает оценку ошибки, сделанной на каждом шаге и, следовательно, может быть использована для оперативного контроля за размером шага интегрирования, а в нашем случае и за моментами переключения системы, т. е. за моментами разрывов правых частей.

В соответствии с вышеизложенными принципами был использован следующий алгоритм численного интегрирования для анализа динамики систем переменной динамической структуры:

1. Определяется точность интегрирования, количество уравнений системы, весовые коэффициенты ошибки и начальные условия $y_i(x_0) = y_{i0}$ и т.д.

2. Обратившись к процедуре формирования шага интегрирования, находим величину HR шага для метода Рунге-Кутты. Сама процедура включает:

а) определение частоты колебаний системы w в данный момент

$$w = C_r/M;$$

где M – масса рабочего органа; C_r - жесткость системы в данный момент времени;

б) вычисление шага интегрирования по формуле

$$H = \sqrt{\frac{\varepsilon P!}{\omega^{P-1} |y|_{max}}}$$

где ε - точность интегрирования; p - порядок точности применяемого метода; ω - частота колебаний системы; y_i - выходные параметры системы.

Эта форма позволяет довольно точно оценить шаг HR , однако ее использование требует предварительной информации о моделируемой системе, т.к. необходимо знать значение y_i/\max . После этого делаем тридцать три шага по схеме Рунге-Кутты и запоминаем последнюю точку.

3. Вычислив P_m и C_m проверяем выполнение условий для интегрирования по методу прогноз-коррекции Хемминга 4-го порядка

$$\delta = \sum_{i=1}^n \alpha_i [P_m(i) - C_m(i)] < \frac{\varepsilon}{4}$$

В случае выполнения этого условия вычисляем шаг для схемы Хемминга $HX = HR/2$ и определяем начальные точки для первого шага и приступаем к интегрированию. Если условие не выполнено, то разрыва нет и вычисления по Рунге-Кутты продолжаются

4. Интегрирование по методу Хемминга производим по формулам

$$P_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4}{3} Hx(2y_n - y_{n-2})$$

$$m_{n+1} = P_{n+1} - \frac{112}{121}(P_n - C_n)$$

$$\bar{f} = f(m_{n+1}, x_{n+1})$$

$$C_{n+1} = \frac{1}{8} [9y_n - y_{n-2} + 3Hx(\bar{f}_{n+1} + 2f_n - f_{n+1})]$$

$$y_{n+1} = C_{n+1} + \frac{9}{121}(P_{n+1} - C_{n+1})$$

Выполняем пошаговую проверку для определения точки разрыва.

5. При определении точки разрыва возобновляется интегрирование по методу Рунге-Кутты с шагом HR .

Данный алгоритм, предназначенный для оптимизации процесса численного интегрирования дифференциальных уравнений, описывающих колебания существенно нелинейных систем переменной динамической структуры, позволил существенно сократив время счета повысить точность получаемых решений.

На основе данного алгоритма была разработана программа расчета параметров вибрационных систем с существенно нелинейными упругими связями на базе дебалансного вибровозбудителя [9]. Для оценки энергетических и силовых параметров реализуемых нелинейных колебаний в программе были предусмотрены элементы имитирующие двухступенчатые пиковые акселерометры и амплитудомер позволяющие фиксировать энергетические и силовые характеристики реализуемых колебаний.

В процессе численного эксперимента оценивалось влияние параметров нелинейного вибрационного привода (величины отстройки линейной системы от резонанса, жесткости буфера, зазора между буфером и вибровозбудителем) на выходные динамические параметры (ускорение, амплитуду), устойчивость и периодичность реализуемых нелинейных колебаний. При этом величина отстройки линейной системы от резонанса изменялась в диапазоне 0,6-2, охватывает дорезонансную и зарезонансную области линейной системы, жесткость буфера – (10-100) жесткости амортизаторов линейной системы. Величина зазора между буфером и вибровозбудителем задавалась с шагом $2 \cdot 10^{-5}$ м в диапазоне существования комбинированных режимов в исследуемой системе, который определялся при предварительных расчетах. Полученные в результате расчетов графики зависимостей реализуемых ускорений и амплитуд колебаний от параметров привода представлены на рис. 1, 2.

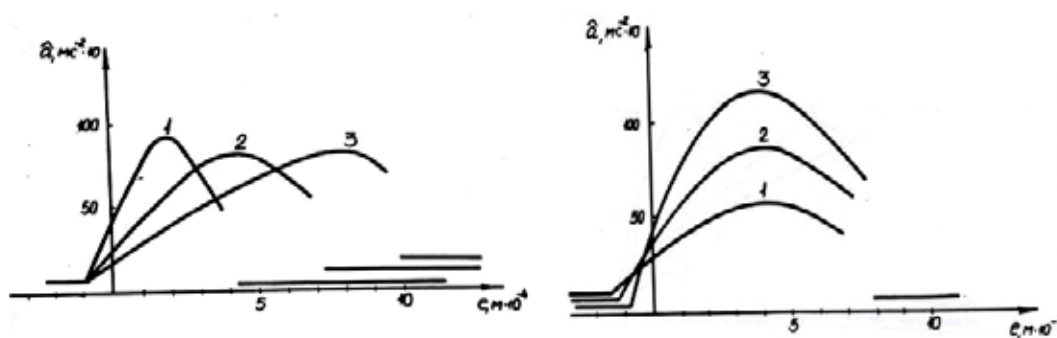


Рис.1. - Зависимость величины ускорений от величины зазора при различной жесткости буфера (а) 1 – 10С, 2 – 60С, 3 – 100С; и величине отстройки (б), 1 – 2, 2 – 1,5, 3 – 1,2.

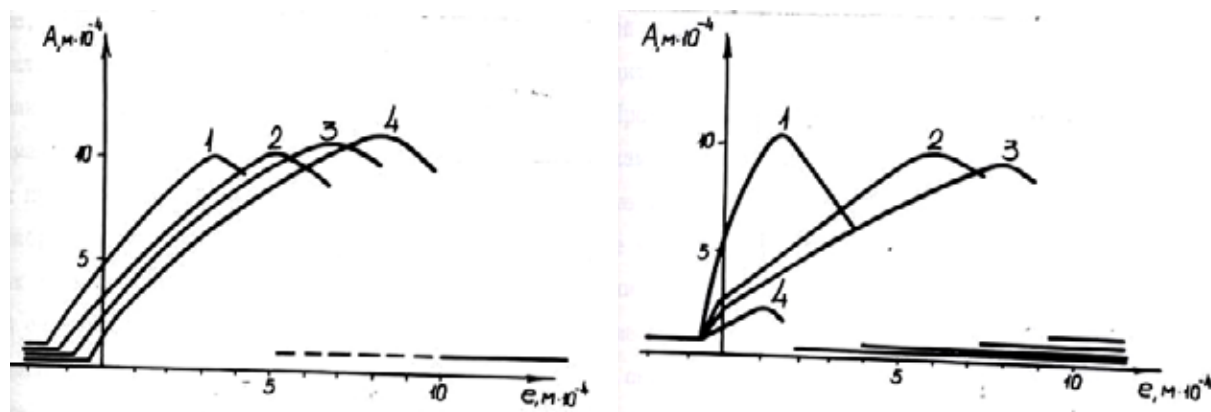


Рис.2. - Зависимость амплитуды колебаний от величины зазора при различной жесткости буфера (а), 1-10С; 2 – 60С; 3 – 100С; 4 – 120С, и величине отстройки (б), 1 – 2; 2 – 1,5; 3 – 1,2; 3 – 0,6;.

Из представленных результатов видно, что устойчивость реализуемых комбинированных режимов при изменении величины зазора между буфером и вибровозбудителем, определяемая тангенсом угла наклона графика к оси абсцисс, увеличивается при уменьшении величины отстройки и жесткости буфера. Максимальные значения реализуемых динамических параметров, при измене-

нии величины зазора достигаются при зазоре, равном 0,6-0,8 величины, при которой происходит срыв режима. Область существования комбинированных режимов динамического нагружения в системе определяется величиной отстройки линейной системы от резонанса и возрастает при ее стремлении к единице, а величина ускорений определяется жесткостью буфера, увеличиваясь при ее возрастании. При зарезонансной настройке линейной системы (отстройка больше единицы) амплитуда виброперемещения, при изменении зазора между буфером и вибровозбудителем, стремится к амплитуде линейной резонансной системы, что позволяет говорить о резонансной настройке вибрационной системы в существенно нелинейными упругими связями.

Проведенный анализ показал, что в зонах, примыкающих к точкам входа в комбинированный режим и срыва, реализуются режимы с кратностью периода замыкания буфера периоду возмущения больше единицы. Протяженность этих зон определяется величиной отстройки и отношением жесткости основных упругих связей к жесткости буфера, возрастая при их увеличении.

Таким образом, на основании использования комбинированного алгоритма численного интегрирования, обеспечивающего повышение точности решения существенно нелинейных уравнений, описывающих колебания систем переменной динамической структуры выполнен анализ динамики привода для реализации комбинированных режимов динамического нагружения и установлены основные зависимости между конструктивными и выходными динамическими параметрами. Полученные результаты будут использованы для обоснования рациональных параметров вибрационных систем с комбинированным режимом динамического нагружения и разработки вибрационных технологических систем для процессов добычи и переработки минерального сырья.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Потураев В.Н., Ленда В.А. Направление повышения эффективности вибрационных технологий переработки минерального сырья // *Металлургическая и горно-рудная промышленность*. –2001. - №5
2. Остапенко В.А. Механические виброударные системы. – К.: Наукова думка, 1966.-240 с.
3. Крюков Б.И. Динамика вибрационных машин резонансного типа. – К.: Наукова думка, 1967. –208 с.
4. Проблемы вибрационной техники: Сб. научн.тр. – К.: Наукова думка, 1968 –178 с.
5. Розенвассер Е.Н. Колебания нелинейных систем. – М.: Наука, 1969-576 с.
6. Кобринский А.А., Кобринский А.Е. Двумерные виброударные системы. – М.: Наука,-1983. - 365 с.
7. Бабицкий В.И. Теория виброударных систем. – М.: Наука,1978. –352 с.
8. Коловский М.З. Нелинейные задачи механики машин.- Ленинград.: Машиностроение, -1988. –280 с.
9. Разработка методов расчета и выбора рациональных параметров вибрационных машин для добычи и переработки минерального сырья.: Отчет о НИР / Институт геотехнической механики АН УССР; № ГР 0186 0039337 ; Инв.№ 019314. – М., 1990. – 75 с.